Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat
Session : 2018
Séries : C et E
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h Coefficient : 5 (C) / 4 (E)

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages.

EXERCICE 1 : ***Série C uniquement*** **5 points**

Soit p un entier relatif. On pose $a=4p+3$ et $b=5p+1$. Soit (E) l'équation $87x+31y=2$ dans $\mathbb{Z}^2$. On désigne par $(\mathscr{D})$ la droite d'équation $87x-31y-2=0$ dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. (a) En utilisant l'égalité de Bézout, démontrer que a et b sont premiers entre eux. **1pt**
   (b) En déduire que 87 et 31 sont premiers entre eux. **0,75pt**
   (c) Trouver un couple (u_0,v_0) d'entiers relatifs tels que $87u_0+31v_0=2$. **0,75pt**
2. Utiliser les questions précédentes pour résoudre (E). **1,25pt**
3. Déterminer les points de $(\mathscr{D})$ dont les coordonnées (x,y) vérifient les deux conditions suivantes :
   (i) x et y sont des entiers naturels
   (ii) $0\le x\le 100$. **1,25pt**
   Indication : On pourra remarquer que $M(x,y)$ appartient à $(\mathscr{D})$ si, et seulement si, $(x,-y)$ est solution de (E).

EXERCICE 1 : ***Série E uniquement*** **5 points**

Un test de recrutement dans une entreprise est constitué de 5 questions. Pour chaque candidat, on attribue $+2$ points pour une réponse juste et -2 points pour une réponse fausse ou non donnée. On note n le nombre de réponses justes données par un candidat.

1. (a) Montrer que la note N d'un candidat à la fin du test est : $N=4n-10$. **1pt**
   (b) En déduire l'ensemble des notes possibles qu'un candidat à ce test peut avoir. **1pt**
2. Le candidat Eya trouve les réponses exactes des deux premières questions. Il répond au hasard aux trois dernières questions. On admet que sa réponse est juste avec la probabilité de $\frac{1}{3}$ et pour tout autre candidat la probabilité de donner une réponse juste à une des cinq questions est de $\frac{1}{2}$.
   (a) Déterminer l'ensemble des notes que Eya peut avoir à la fin du test. **1pt**
   (b) Pour être admis à l'école, un candidat doit obtenir à l'issue du test une note supérieure ou égale 6. Quelle est la probabilité pour que :
   A : « Eya réussisse au test ». **1pt**
   B : « Un candidat autre que Eya réussisse au test ». **1pt**

EXERCICE 2 : **5 points**

L'espace orienté est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points : $A(2,0,1)$, $B(3,-2,0)$ et $C(2,8,-4)$.

1. Soit $M(x,y,z)$ un point. Exprimer en fonction de x,y et z les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{AM}\wedge\overrightarrow{BM}$. **1pt**
2. Résoudre le système $\begin{cases}-x+y-2z=-4\\-x-y-z=-11\\2x+y-z=8\end{cases}$. On fera figurer les étapes de la résolution sur la copie **1pt**
3. Démontrer qu'il existe un unique point N vérifiant $\overrightarrow{AN}\wedge\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{CN}$ et donner les coordonnées de N. **1pt**
4. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $\mathscr{V}=\frac{1}{3}\mathscr{B}h$ où $\mathscr{B}$ représente l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.
   (a) Le point N étant défini à la question précédente, montrer que le volume du tétraèdre $ABCN$ est égal à $\frac{1}{6}CN^2$. **1pt**
   (b) Calculer l'aire du triangle ABC. **0,5pt**
   (c) Utiliser les résultats précédents pour calculer la distance du point N au plan (ABC). **0,5pt**

PROBLEME : **10 points**

PARTIE A

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-3z+4=0$. **0,75pt**
   (b) Déterminer le module de chaque racine de cette équation.
2. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$. z désigne un nombre complexe non nul de partie imaginaire positive. On considère les points A, B et C d'affixes respectives 1, z et z^2 et on note S le système de points pondérés $\{(A,4),(B,-3),(C,1)\}$. Ce système est tel que O est son barycentre.
   (a) Démontrer que z est solution de (E). **0,5pt**
   (b) En déduire les coordonnées de B et C. **0,5pt**
3. (a) k désignant un nombre réel, on pose $z=\frac{3+i\sqrt{7}}{2}$. Préciser suivant les valeurs de k l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $4MA^2-3MB^2+MC^2=k$. **1pt**
   (b) On suppose $k=89$. Donner alors une équation cartésienne de (Γ), puis tracer (Γ). **0,5pt**

PARTIE B

On considère l'équation différentielle $(E^*): y''+4y'+4y=0$ et les fonctions f et g, de la variable réelle x définie respectivement par :

$$f(x)=xe^{-2x}+x-\frac{5}{4}\ln 2 \quad \text{et} \quad g(x)=1+(-2x+1)e^{-2x}.$$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité de longueur sur les axes : 2cm).

1. (a) Dresser le tableau de variation de g. **0,5pt**
   (b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,25pt**
2. (a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$, puis la dérivée de f. **0,75pt**
   (b) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**
3. (a) Calculer $f(\ln 2)$. **0,25pt**
   (b) Démontrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y=x-\frac{5}{4}\ln 2$ est asymptote à (C_f). Etudier la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite $(\mathscr{D})$. Tracer $(\mathscr{D})$ et (C_f). **1,25pt**
4. (a) Déterminer la forme générale des solutions de (E^*). **0,5pt**
   (b) Déterminer la solution de (E^*) dont la courbe admet une tangente en O parallèle à la droite d'équation $y=x+1$. **0,5pt**
   (c) Démontrer que la fonction f est solution de l'équation différentielle :
   $$y''+4y'+4y=4x-5\ln 2+4.$$ **0,5pt**
5. Soit λ un réel strictement positif et (D_λ) la partie du plan comprise entre les droites d'équations respectives $x=0$, $x=\lambda$, $y=x-\frac{5}{4}\ln 2$ et la courbe (C_f).
   (a) En utilisant une intégration par parties, calculer, en cm^2, l'aire de (D_λ) en fonction de λ. **0,5pt**
   (b) Calculer la limite de cette aire lorsque λ tend vers $+\infty$. **0,5pt**