

TÉLÉCHARGER TOUTES VOS ÉPREUVES SUR [WWW.ISSY.NET](http://WWW.ISSY.NET)

CONTACTS: 679225887 / 698844487

### EXERCICE 1 (04 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ . On considère les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives  $a = 5 + 4i$ ,  $b = 4 + i$ ,  $c = 3 + 3i$  et  $d = 6 + 2i$ .

- Placer les points A, B, C et D sur le graphique.
- Calculer  $\frac{d-b}{d-a}$ , en déduire que le triangle DAB est rectangle et isocèle.
- On considère l'application  $f$  qui à tout point M d'affixe  $z$  avec  $z \neq b$ , associe le point M' d'affixe  $z'$  définie par  $z' = \frac{z-5-4i}{z-4-i}$ .
  - Calculer l'affixe  $c'$  du point C', image de C par  $f$  et placer C' sur la figure.
  - Déterminer l'ensemble  $(\varepsilon)$  des points M d'affixe  $z$  avec  $z \neq b$  tels que  $|z'| = 1$ .
  - Justifier que  $(\varepsilon)$  contient les points D et C. Tracer  $(\varepsilon)$ .
- On appelle J l'image du point A par la rotation  $r$  de centre D et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ .

Déterminer l'affixe de J.

### EXERCICE 2 (05 points)

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale d'eau (en  $m^3$ ) utilisée pour son exploitation depuis le premier jour et donne le tableau suivant.

| Nombre de jours écoulés : x           | 1    | 3   | 5 | 8    | 10 |
|---------------------------------------|------|-----|---|------|----|
| Volume d'eau utilisée (en $m^3$ ) : y | 2,25 | 4,3 | 7 | 15,5 | 27 |

- Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.
- Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.
- Montrer que la covariance de x et y est 28,296.
- Démontrer qu'une équation de la droite de régression de y en x est  $y = \frac{3537}{1330}x - \frac{8381}{2660}$  sachant que la variance de x est  $V(x) = 10,64$ .
- En déduire une estimation du volume d'eau utilisée pendant les 20 premiers jours.
- L'agriculteur dispose de sept ouvriers dont quatre femmes et trois hommes et il doit choisir au hasard et simultanément quatre personnes pour les primer. Calculer la probabilité des événements :
  - A « aucun homme n'est choisi »
  - B « au moins trois femmes sont choisies ».

**PROBLÈME (11 points)**

**Partie A (06 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{\frac{3x}{2}} - 2x - 1$ . On désigne par  $(C_f)$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 2 cm.

- Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- a) Étudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variations.  
b) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = -2x - 1$  est asymptote à  $(C_f)$  en  $-\infty$ .  
c) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions dont l'une est nulle et l'autre notée  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $[0,3 ; 0,4]$ .
- Tracer  $(C_f)$  et  $(D)$  dans le repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .
- Soit  $m$  un réel strictement inférieur à 0.  
a) Exprimer en fonction de  $m$  l'aire  $A(m)$  en  $\text{cm}^2$  de la portion du plan limitée par  $(C_f)$ ,  $(D)$  et les droites d'équations  $x = m$  et  $x = 0$ .  
b) Quelle est la limite de cette aire quand  $m$  tend vers  $-\infty$  ?

**Partie B (02,5 points)**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $] -\frac{1}{2} ; +\infty[$  par  $g(x) = \frac{2}{3} \ln(2x + 1)$ .

- Donner le sens de variation de  $g$ .
- Montrer que les équations  $f(x) = 0$  et  $g(x) = x$  sont équivalentes dans  $] -\frac{1}{2} ; +\infty[$ .
- On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 4$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = g(u_n)$ .  
a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  
 $u_n \in [\alpha ; 4]$  et que  $(u_n)$  est décroissante.  
b) Justifier que  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.

**Partie C (02,5 points)**

On considère les équations différentielles  $(E) : 2y' - 3y = 0$  et  $(E') : 2y' - 3y = 6x - 1$ .

- Montrer que  $f$  est solution de  $(E')$ .
- Résoudre  $(E)$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Montrer qu'une fonction  $h$  est solution de  $(E)$  si et seulement si  $h + f$  est solution de  $(E')$ .
- Résoudre alors  $(E')$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Déterminer la fonction  $u$  solution de  $(E')$  telle que  $u(0) = 2$ .